

Ecuaciones Diferenciales II Examen XVI

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen XVI

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2023/2024.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Convocatoria Ordinaria.

Fecha 13 de junio de 2024.

Ejercicio 1. Encuentra el intervalo maximal de la solución del problema de valores iniciales

$$\dot{x} = \frac{1}{t}x^2, \quad x(1) = 1.$$

Ejercicio 2. Para cada $n \geq 1$ se considera el problema de valores iniciales

$$\dot{x} = \cos x, \quad x(0) = \frac{1}{n}.$$

- Demuestra que existe una única solución $x_n(t)$ definida en toda la recta real.
- Demuestra que la sucesión de funciones $\{x_n\}_{n \geq 1}$ es equicontinua en el intervalo $]-\infty, +\infty[$.

Ejercicio 3. Para cada $n \geq 1$ se considera el problema de valores iniciales

$$\dot{x} = \sin x, \quad x(0) = \frac{1}{n}.$$

Calcula, si existe, $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x_n(s)^2 ds$.

Ejercicio 4. Encuentra todas las funciones continuas $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que cumplen

$$e^{x(t)} = \int_0^t e^{-x(s)} ds, \quad \forall t \in \mathbb{R}.$$

Ejercicio 5. Construye una sucesión de funciones $\{f_n\}_{n \geq 0}$, $f_n : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, que sea uniformemente acotada pero no sea equicontinua.

Ejercicio 6.

- Para cada $\varepsilon \in \mathbb{R}$ la solución del problema de valores iniciales

$$\ddot{x} + x + \varepsilon^3 x^2 = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1 + \varepsilon$$

se denota por $x(t; \varepsilon)$. Calcula, si existe, $\frac{\partial x}{\partial \varepsilon}(t; 0)$.

- Para cada $\varepsilon \in \mathbb{R}$ la solución del problema de valores iniciales

$$\ddot{x} + x + \varepsilon^3 x^2 = 0, \quad x(\varepsilon) = 0, \quad \dot{x}(\varepsilon) = 1.$$

se denota por $x(t; \varepsilon)$. Calcula, si existe, $\frac{\partial x}{\partial \varepsilon}(t; 0)$.